

# СПОСОБЫ РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Шепелева Т.Г.  
Тимофеева М.В.

**Одна из целей концепции развития математического образования: создать условия для развития функциональной грамотности школьников**

**Задачи :**

- Изучение отечественной и международной практики развития функциональной грамотности школьников.
- Определение механизмов реализации системы мер по развитию функциональной грамотности школьников.
- Обеспечение модернизации содержания образования: стандартов, учебных планов и программ.
- Разработка учебно-методического обеспечения образовательного процесса.
- Развитие системы оценки и мониторинга качества образования школьников.
- Укрепление материально-технической базы школ и организаций системы дополнительного образования.

# Глоссарий

## \* **Функциональная грамотность**

рассматривается, как способность использовать все постоянно приобретаемые в жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений.

\* **Функционально грамотная личность** – это человек, ориентирующийся в мире и действующий в соответствии с общественными ценностями, ожиданиями и интересами.

\* **Основные признаки функционально грамотной личности:** это человек самостоятельный, познающий и умеющий жить среди людей, обладающий определёнными качествами, ключевыми компетенциями.

# Содержание функциональной грамотности

## ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ



ИНТЕГРАТИВНЫЕ

ПРЕДМЕТНЫЕ

**компоненты:**

читательская

информационная

коммуникативная

социальная

языковая

литературная

математическая

естественнонаучная

# Компоненты функциональной грамотности

- \* **знания** сведений, правил, принципов; усвоение общих понятий и умений, составляющих познавательную основу решения стандартных задач в различных сферах жизнедеятельности;
- \* **умения** адаптироваться к изменяющемуся миру; решать конфликты, работать с информацией; вести деловую переписку; применять правила личной безопасности в жизни;
- \* **готовность** ориентироваться в ценностях и нормах современного мира; принимать особенности жизни для удовлетворения своих жизненных запросов; повышать уровень образования на основе осознанного выбора.

# Международные оценочные исследования

## TIMSS

«Оценка математической и естественнонаучной грамотности учащихся 4 и 8-х классов»

## PISA

«Международная программа оценки учебных достижений 15-летних учащихся»

*оценивает способности подростков использовать знания, умения и навыки, приобретенные в школе для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, а также в межличностном общении и социальных отношениях*

*изучаются особенности содержания школьного математического и естественнонаучного образования в странах-участницах, особенности учебного процесса, а также факторы, связанные с характеристиками образовательных учреждений, учителей, учащихся и их семей*

## PIRLS

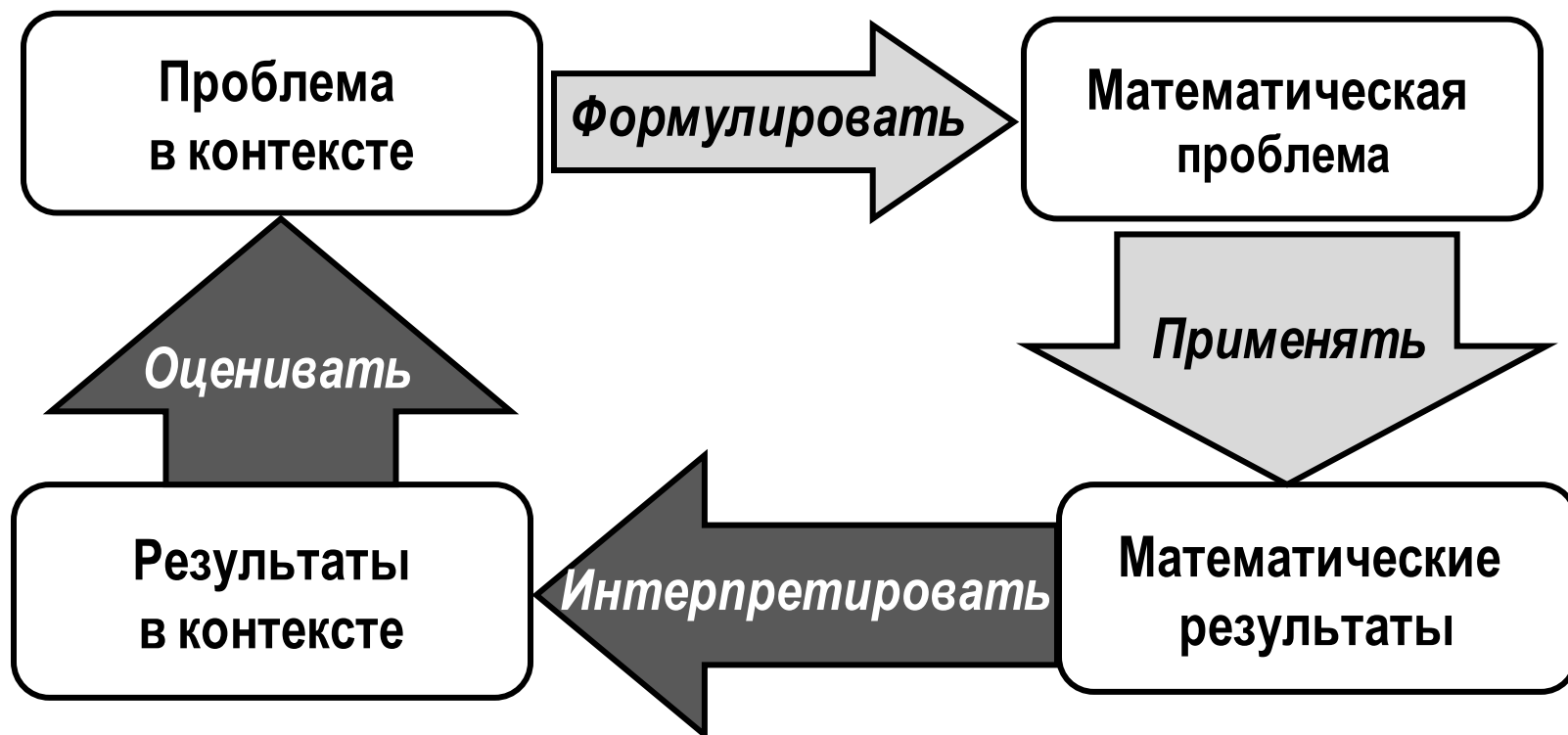
«Изучение качества чтения и понимание текста»

*изучает читательскую грамотность учащихся, проучившихся четыре года. В благоприятной образовательной среде между третьим и пятым годом школьного обучения происходит качественный переход в становлении важнейшего компонента учебной самостоятельности: **заканчивается обучение чтению (технике чтения), начинается чтение для обучения** – использование письменных текстов как основного ресурса самообразования*

# Модель математической грамотности. PISA

**РЕАЛЬНЫЙ МИР**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ  
МИР**



# ***Содержательные области математической грамотности***

пространство и  
форма


изменения и  
отношения

количество

неопределенность







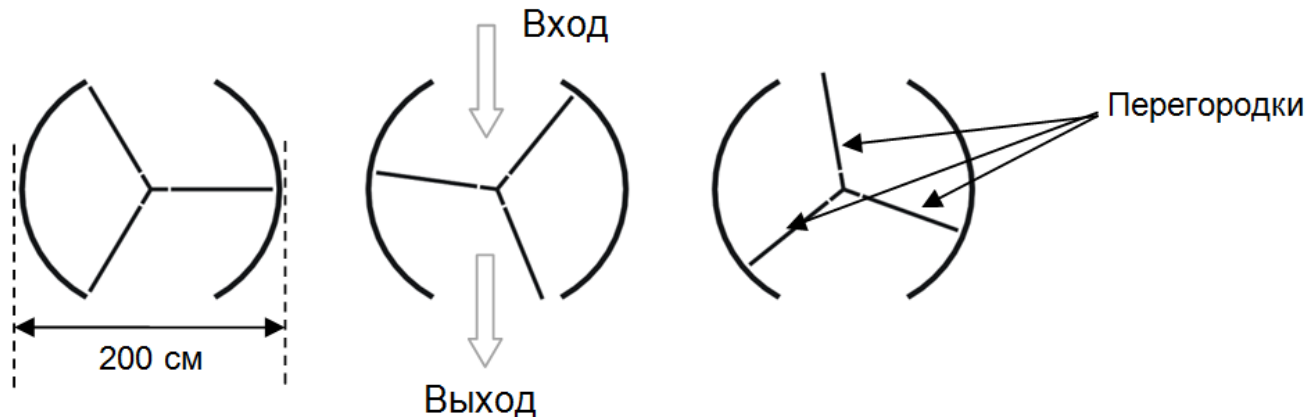
## Дефициты умений по результатам PISA

- ◆ 1. Неумение учащихся работать с предлагаемой информацией целенаправленно, искать недостающую информацию и т.д.
  - ◆ Решая задачи, наши учащиеся некритически воспроизводят привычные, стереотипные способы действий. Сталкиваясь с заданиями типа PISA, школьники, воспроизводят сложившиеся связи: литературный текст – общие рассуждения, математический – точное, детальное решение
  - ◆ 3. Работать с разными источниками информации – графики, диаграммы, картины и т.д.
-

# Определите содержание и вид деятельности.

## Пример 1. «Вращающаяся дверь». PISA

**Пример «Вращающаяся дверь».** Вращающаяся дверь имеет три стеклянных перегородки, которые вместе с этой дверью вращаются внутри кругового пространства. Внутренний диаметр этого пространства 2 метра (200 сантиметров). Три дверные перегородки делят пространство на три равных сектора. Ниже на плане показаны дверные перегородки в трёх разных позициях, если смотреть на них сверху.



Вопрос 1. Чему равна в градусах величина угла между двумя дверными перегородками? Ответ:  $120^\circ$ .

# «Вращающаяся дверь». PISA

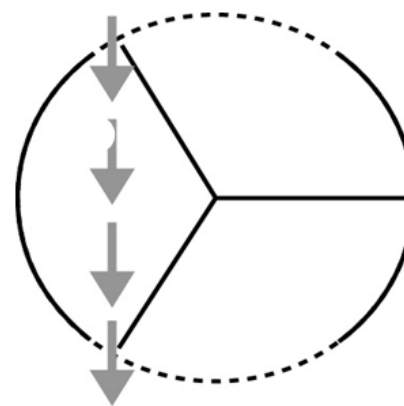
Вопрос 2. Два дверных проёма (пунктирные дуги на рисунке) имеют одинаковый размер. Если эти проёмы слишком широкие, то вращающиеся двери не смогут закрыть открытое пространство, и воздух сможет свободно поступать через вход и выход.

Это приведет либо к потере тепла, либо к его увеличению. Этот случай показан на рисунке справа.

Какую наибольшую длину дуги в сантиметрах (см) может иметь каждый дверной проём, чтобы воздух никогда не мог свободно поступать через вход и выход?

Ответ: в пределах от 103 до 105 (значение зависит от точности значения  $\pi$ , использованного в вычислениях), принимаются ответы  $(\frac{100\pi}{3})$ , вычисленные как  $1/6$  длины окружности.

В этой позиции возможно поступление воздуха.



# «Вращающаяся дверь». PISA

- Содержание: Пространство и форма
- Вид деятельности: «Формулировать» (создать модель решения)
- Результат РФ: 3%
- Максимальный результат: 14%

# «Парусные корабли». PISA

**Пример 3. Парусные корабли.** Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.



Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 зедра за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: «Новая волна».

Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём).

Длина: 117 метров.

Ширина: 18 метров.

Грузоподъёмность: 12 000 тонн.

Максимальная скорость: 19 узлов.

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров.



Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 зедов.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

$$1) 3500000 \cdot 0,2 = 700000 \text{ (л)}$$

$$2) 700000 \cdot 0,42 = 294000 \text{ (з.)}$$

$$3) 2500000 : 294000 \approx 8,5 \text{ (л.)}$$

**Пример 3.** Парусные корабли. Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (наряженных в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.



Из-за высокой стоимости дизельного топлива **0,42 зедра** за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом.

Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на **20%**.

Название: «Новая волна».

Тип: фрахтовое судно (сдаётся в наём).

Длина: 117 метров.

Ширина: 18 метров.

Грузоподъёмность: 12 000 тонн.

Максимальная скорость: 19 узлов.

Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно **3 500 000 литров.**



Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет **2 500 000 зедов.**

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покрывает стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

# «Парусные корабли». PISA-2012

- \* Содержание: Количество
- \* Вид деятельности: Формулировать
- \* Контекст: Научный
- \* Результат РФ: 16%
- \* Максимальный результат: 47%

# Мнение экспертов

- \* Задача была бы посильной для российских учащихся, если бы была сформулирована в редакции:

За год двигатель на корабле потребляет 3 500 000 л топлива, 1 литр топлива стоит 0,42 р. Установка паруса на корабле стоит 2 500 000 р. Парус экономит 20% топлива. Через сколько лет экономия топлива покроет стоимость установки паруса?



# Как мы видим в данном примере срабатывает эффект «типичной задачи»

- \* Решая типичную текстовую задачу, ученик подменяет этап понимания и составления модели категоризацией и поиском в памяти готового алгоритма для данной категории задач, моделирование подменяется поиском готовой модели.

# Нетипичная задача

- \* При решении нетипичной задачи этапы понимания развернуты, самостоятельны, этап интерпретации логичен и осмыслен.

# Типичная задача

- \* Диаметр колеса равен 27 дюймам, какое расстояние проедет колесо, сделав 5 оборотов, в метрах, если 1 дюйм равен 2,54 см (число  $\pi$  считать равным 3,14)?
- \* Планируемый результат:  
вычислять длину окружности в заданных единицах измерения, выполняя перевод одних единиц в другие, округлять.

# Пример. Велосипедные колеса

Размер велосипедного колеса (по внешнему диаметру покрышки) традиционно указывается в дюймах: 16", ..., 26", 27,5", 28", 29", 36".

На фото:  
колесо диаметром 26"  
(слева) и 29" (справа).



Задание 1. Чему равен размер обода шоссейного велосипеда в сантиметрах, если 1 дюйм равен примерно 2,54 см?

Размер колеса (в дюймах)	Размер обода (в см)	Виды велосипедов
20	159,5	Детские, складные
24	191,4	Трюковые, подростковые
26	207,4	Горные, прогулочные
27	?	Шоссейные
27,5	219,3	Горные
28	223,3	Гибридные, дорожные

Задание 2. Велосипедная рама — основная часть велосипеда, к которой крепятся прочие компоненты. Размер рамы зависит от роста человека, люди маленького роста нуждаются в меньших рамах. На сайте дана следующая информация:

«Для наиболее популярных моделей велосипедов приведем размеры рамы (в см) и ее соотношение с ростом велосипедиста:

- \* Рост 190 см (и более): шоссейные – 57-59, дорожные – 56-58, горные – 48-50,
- \* Рост 180 см: шоссейные – 53-55, дорожные – 50-52 и горные – 44-46,
- \* Рост 170 см: шоссейные – 50-52, дорожные – 46-48, горные – 41-44.»

Представьте данную информацию в табличном виде.

Задание 3. В таблице представлены размеры колес для детских велосипедов. Чтобы подобрать ребенку велосипед, можно руководствоваться таблицей. Подберите размер колеса для ребенка шести с половиной лет ростом 118 см.

Размер колеса (в дюймах)	Рост ребенка (в см)	Возраст, лет
12	до 98	2-3
12, 14	От 98 до 104	3-4
14, 16	От 104 до 110	4-5
16, 18	От 110 до 116	5-6
18, 20	От 116 до 128	7-8
20, 24	От 128 до 164	от 8

## Задание 4.

- \* Выберите какой-нибудь тип велосипеда и подберите для себя подходящий (укажите размер рамы и размер колеса), соответствующий вашим параметрам.



# Задание для формирования ФГ, это

- 1) реальная задача с лишними данными;
- 2) два явных пути решения: по формуле и через пропорцию, значит, полезно обсудить и сравнить эти два способа с точки зрения рационализации;
- 3) можно поговорить о способах проверки, об оценке: между какими числами ответ, к какому ближе;
- 4) можно предложить неверные пути: найти среднее арифметическое соседних значений.

# Направления движения:

- \* погружение учащихся в реальные ситуации
- \* осознание моделирования как стратегии, которой надо обучать
- \* формирование метапредметных результатов обучения
- \* решение задач разными способами и максимальная независимость учащихся в решении задач

## Пример

Елена только что приобрела новый велосипед. У него есть спидометр, который закреплён на руле.

Спидометр показывает расстояние, которое Елена проехала, и среднюю скорость её поездки.



### Вопрос 1:

*В одной из поездок Елена сначала проехала 4 км за 10 минут, а затем ещё 2 км за следующие 5 минут. Какое из следующих утверждений верно?*

- Средняя скорость Елены была больше в первые 10 минут чем в последующие 5 минут.
- Средняя скорость Елены была одинаковой в первые 10 минут
- Средняя скорость Елены была меньше в первые 10 минут, чем в последующие 5 минут.
- Невозможно ничего сказать о средней скорости Елены на основе имеющейся информации.

***Вопрос 2:***

***Елена проехала 6 км до дома своей тёти. Спидометр показал, что в среднем она ехала со скоростью 18 км/ч во время всей поездки.***

***Какое из следующих утверждений верно?***

- У Елены ушло 20 минут, чтобы доехать до дома тёти.
- У Елены ушло 30 минут, чтобы доехать до дома тёти.
- У Елены ушло 3 часа, чтобы доехать до дома тёти.
- Невозможно сказать, сколько времени ушло у Елены, чтобы доехать до дома тёти.

**Вопрос 3:**

*Елена поехала на велосипеде на реку, которая находится в 4 км. У неё ушло 9 минут. Она поехала домой по более короткому пути в 3 км. Дорога заняла у неё только 6 минут. Какова была средняя скорость Елены (в км/ч) в её поездке на реку и обратно?*

# Педагогические технологии, применяемые для формирования функциональной грамотности

- ❖ проблемно-диалогическая технология освоения новых знаний;
- ❖ технология формирования типа правильной читательской деятельности;
- ❖ технология проектной деятельности;
- ❖ обучение на основе «учебных ситуаций»;
- ❖ уровневая дифференциация обучения;
- ❖ информационные и коммуникационные технологии;
- ❖ технология оценивания учебных достижений учащихся и др.

# Формирование функциональной грамотности на уроках естественно-научного цикла

Логические приемы	Примеры заданий
<b>1. уровень - знание</b>	Составить список, выделить, рассказать, показать, назвать
<b>2. уровень - понимание</b>	Описать объяснить, определить признаки, сформулировать по-другому
<b>3. уровень - использование</b>	Применить, проиллюстрировать, решить
<b>4. уровень - анализ</b>	Проанализировать, проверить, провести эксперимент, организовать, сравнить, выявить различия
<b>5. уровень - синтез</b>	Создать, придумать дизайн, разработать, составить план
<b>6. уровень - оценка</b>	Представить аргументы, защитить точку зрения, доказать, спрогнозировать



# Примеры задач (PISA)

## БЫТОВЫЕ ОТХОДЫ

Выполняя домашнее задание, связанное с охраной окружающей среды, ученик собрал информацию относительно разложения некоторых видов мусора, который выбрасывают люди:

Ученик решил изобразить полученные данные на столбчатой диаграмме.

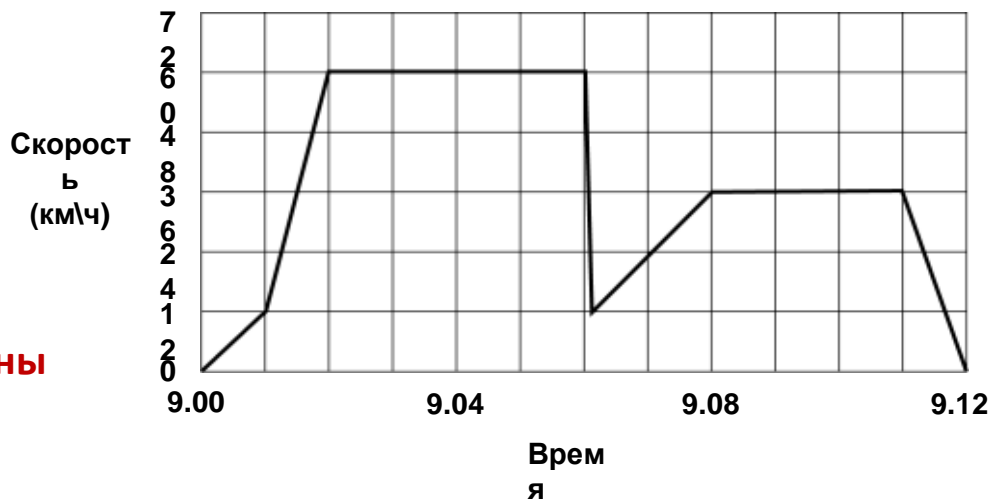
Приведите **одну** причину, по которой столбчатая диаграмма является неудачной формой для представления этих данных.

<i>Вид мусора</i>	<i>Срок разложения</i>
<i>Кожура банана</i>	<i>1 – 3 года</i>
<i>Кожура апельсина</i>	<i>1 – 3 года</i>
<i>Картонные коробки</i>	<i>0,5 года</i>
<i>Жевательная резинка</i>	<i>20 – 25 лет</i>
<i>Газеты</i>	<i>Несколько дней</i>
<i>Чашка из полистирола</i>	<i>Более 100 лет</i>

## ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ

Марина отправилась поката́ться на машине. Во время поездки дорогу перед машиной перебежала кошка. Марина резко нажала на тормоз и сумела объехать кошку. Она была так взволнована этим происшествием, что решила вернуться домой.

Поездка Марины

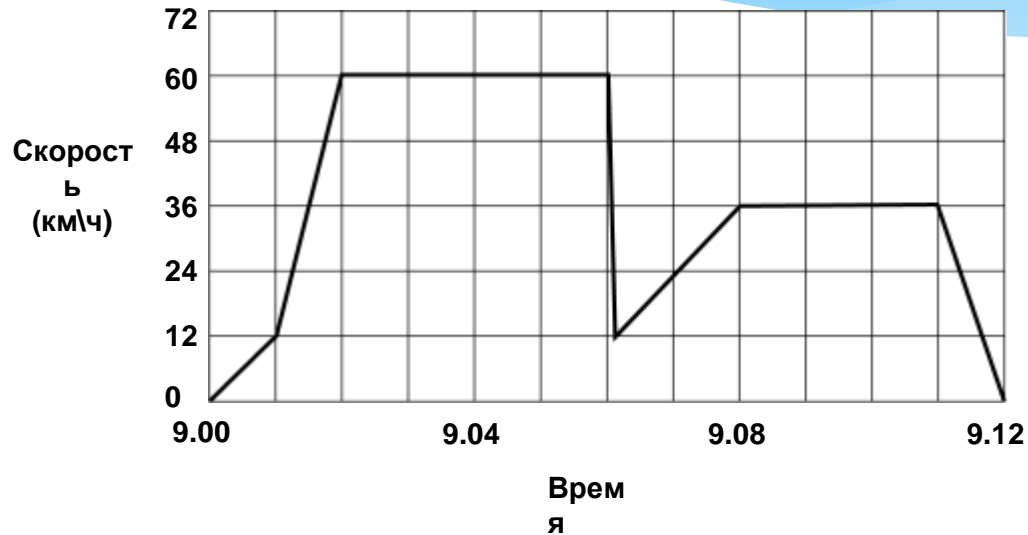


На приведенном ниже графике представлена скорость машины во время поездки.

**Вопрос 1:** Сколько было времени, когда Марина нажала на тормоз, чтобы не переехать кошку?

# ПОЕЗДКА НА МАШИНЕ

## Поездка Марины



### Вопрос 2:

Сравните расстояние, которое проехала Марина, возвращаясь домой, с расстоянием, которое она проехала от дома до того места, где случилось происшествие с кошкой. Какое из них короче? Ответ объясните, используя информацию, представленную на графике.

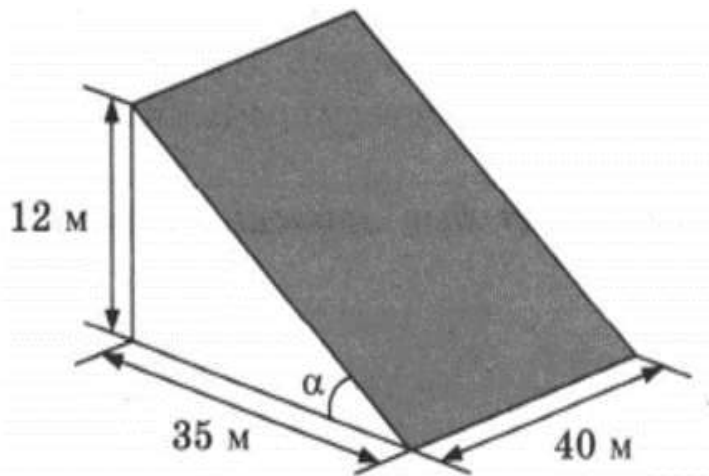
Задания ОГЭ - 2020 №1-5

**Задача о земледельческих  
участках, склоне холма,  
террасах и урожайности.**

В горных районах, особенно в южных широтах с влажным климатом, земледельцы на склонах гор устраивают террасы. Земледельческие террасы — это горизонтальные площадки, напоминающие ступени. Во время дождя вода стекает с верхних террас вниз по специальным каналам. Поэтому почва на террасах не размывается и урожай не страдает. Медленный сток воды с вершины склона вниз с террасы на террасу позволяет выращивать даже влаголюбивые культуры. В Юго-Восточной Азии террасное земледелие широко применяется для производства риса, а в Средиземноморье — для выращивания винограда и оливковых деревьев. Возделывание культур на террасах повышает урожайность, но требует тяжелого ручного труда.



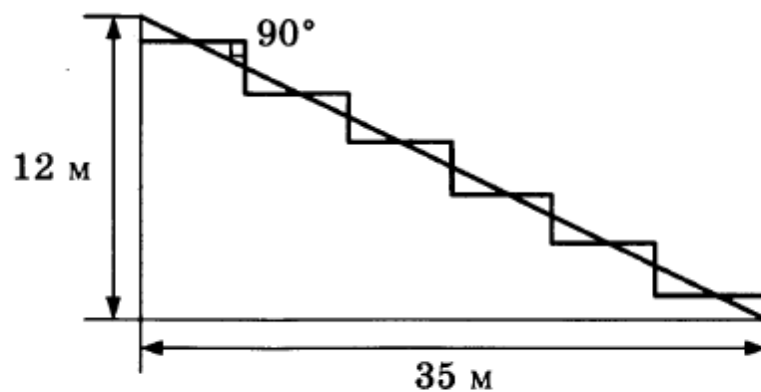
Земледелец владеет несколькими участками, один из которых расположен на склоне холма. Ширина участка 40 м, а верхняя точка находится на высоте 12 м от подножия



1. Земледелец на расчищенном склоне холма выращивает мускатный орех. Какова площадь, отведённая под посевы? Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Земледелец решил устроить террасы на своём участке (см. рисунок ниже), чтобы выращивать рис, пшено или кукурузу. Строительство террас возможно, если угол склона (уклон) не больше 50% (тангенс угла склона  $\alpha$ , умноженный на 100%). Удовлетворяет ли склон холма этим требованиям? Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до десятых.



Ответ: \_\_\_\_\_

3. На сколько процентов сократилась посевная площадь после того, как земледелец устроил террасы? Ответ округлите до десятых.

Ответ: \_\_\_\_\_

4. Земледелец получает 650 г бурого риса с одного квадратного метра засеянной площади террасированного участка. При шлифовке из бурого риса получается белый рис, но при этом теряется 16% массы. Сколько килограммов белого риса получит земледелец со всего своего участка?

Ответ: \_\_\_\_\_

5. В таблице дана урожайность культур, которые может засеять земледелец на своём террасированном участке. За год обычно собирают два урожая — летом и осенью. По данным таблицы посчитайте наибольшее число килограммов урожая, которое может собрать земледелец с участка за один год, если он может засевать разные культуры.

	Рис	Кукуруза	Пшено
1-й урожай (июнь)	650 г/м <sup>2</sup>	800 г/м <sup>2</sup>	не выращивают
2-й урожай (сентябрь)	550 г/м <sup>2</sup>	не выращивают	600 г/м <sup>2</sup>



# Формула успеха

**ОВЛАДЕНИЕ =**

**УСВОЕНИЕ +**

**ПРИМЕНЕНИЕ ЗНАНИЙ НА  
ПРАКТИКЕ**



**Желаю вам успехов!**